

MAI 2 - domácí úkol 6 (úkol „navíc“, dobrovolný)

Užití derivace složené funkce (řetězového pravidla):

1. Najděte funkci $f(x, y)$, která splňuje parciální diferenciální rovnici $x \cdot \frac{\partial f}{\partial y} - y \cdot \frac{\partial f}{\partial x} = 0$ pomocí transformace rovnice do polárních souřadnic $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, r \in (0, \infty), \varphi \in [0, 2\pi]$.

nebo

2. Najděte řešení $u(t, x)$ pro $t \geq 0$ a $x \in \mathbb{R}$ vlnové rovnice $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ ($a > 0$), které splňuje počáteční podmínky $u(0, x) = \varphi(x), \frac{\partial u}{\partial x}(0, x) = \psi(x)$ pro $x \in \mathbb{R}$, pomocí transformace $\xi = x - at, \eta = x + at$.

„Implicitní“ funkce:

- a) Nechť funkce $F(x, y, z)$ má spojité parciální derivace prvního řádu v okolí bodu (x_0, y_0, z_0) a nechť platí $F(x, y, z) = 0$. Odvoďte rovnici tečné roviny k ploše, dané rovnicí $F(x, y, z) = 0$ v bodě (x_0, y_0, z_0) za předpokladu, že aspoň jedna z parciálních derivací 1. řádu funkce F je v bodě (x_0, y_0, z_0) nenulová.
- b) Napište rovnici tečné roviny a vektorovou rovnici normály v bodě (x_0, y_0, z_0) k ploše, dané rovnicí $F(x, y, z) = 0$, když $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6, (x_0, y_0, z_0) = (1, 2, -1)$.